На правах рукописи

БУШМАНОВ Роман Сергеевич

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ МОМЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

01.01.02 — дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2007

Работа выполнена в Новосибирском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Блохин Александр Михайлович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Кожанов Александр Иванович

доктор физико-математических наук Рудых Геннадий Алексеевич

Ведущая организация: Омский государственный университет

Защита состоится "___"ноября 2007г в ___ часов на заседании диссертационного совета Д 212.174.02 в Новосибирском государственном университете по адресу: 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного университета.

Автореферат разослан "___"октября 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук Н. И. Макаренко

Общая характеристика работы

Актуальность темы. При современном стремительном развитии микроэлектронных технологий становится все более актуальным математическое моделирование полупроводниковых структур. Для снижения стоимости и ускорения процесса разработки при создании новых приборов необходимо использовать модели, обладающие достаточной точностью в соответствующей области применения. Использование упрощенных аналитических моделей для анализа и проектирования полупроводниковых устройств оказывается затруднительным, поскольку в основу таких моделей положены упрощающие принципы, которые могут существенно нарушаться в современных приборах.

Моделирование процесса переноса заряда в полупроводниковых устройствах основывается на кинетическом уравнении Больцмана для электронной функции распределения. Однако прямое численное интегрирование полного уравнения Больцмана (например, с помощью метода Монте-Карло) требует больших вычислительных затрат.

Таким образом, велика потребность в более простых моделях, представляющих собой разумный компромисс между физической точностью и вычислительной эффективностью. Естественным упрощением, позволяющим получить приемлемую точность, является рассмотрение только некоторых моментов электронной функции распределения, таких как концентрация и температура носителей.

Простейшая модель переноса заряда, полученная методом моментов из уравнения Больцмана, — это дрейф-диффузионная модель, состоящая из уравнений неразрывности для носителей заряда и уравнения Пуассона для электрического потенциала. На протяжении долгого времени именно на дрейф-диффузионной модели основывалось большинство прикладных программ, используемых при моделировании полупроводников. Однако при переходе полупроводниковых устройств на субмикронный уровень, предположения, на которых она основывается, перестают выполняться. Поэтому транспортные модели постоянно расширяются и улучшаются для более детального охвата физических явлений в таких приборах.

Для описания таких важных явлений, как горячие электроны, ударная ионизация, генерация тепла и тому подобное, наиболее подходящими оказываются гидродинамические модели. При построении таких моделей выбирается подходящая процедура замыкания, позволяющая из бесконечной системы моментов уравнения Больцмана получить замкнутую систему из конечного числа уравнений (как правило, из трех или четырех). Существование процедур замыкания, основанных на разных предположениях, обуславливает наличие большого количества различных гидродинамических моделей.

В настоящей диссертации изучается недавно предложенная итальянскими физиками A. M. Anile и V. Romano гидродинамическая модель, полученная из четырех моментов уравнения Больцмана с помощью так называемого принципа максимума энтропии (или MEP от Maximum Entropy Principle). Исследование новой модели переноса заряда представляет большой интерес. Естественно, какая бы математическая модель ни была предложена, она должна быть адекватна описываемому физическому явлению. С этой точки зрения очень важной проблемой при изучении гидродинамических моделей переноса заряда в полупроводниках является проблема устойчивости состояния термодинамического равновесия. Дело в том, что выбранная модель должна правильно описывать переходный процесс при снятии напряжения смещения. Известно, что при отсутствии напряжения смещения в реальных полупроводниковых приборах отсутствует перенос носителей зарядов (то есть электрический ток). Другими словами, требуется, чтобы состояние термодинамического равновесия было асимптотически устойчивым (по Ляпунову) для гидродинамической модели переноса заряда.

Цель работы. Основной целью данной диссертации является исследование асимптотической устойчивости состояния равновесия MEP модели переноса заряда в полупроводниках.

Научная новизна. В работе получены следующие основные результаты, которые выносятся на защиту:

1. Доказательство при определенных ограничениях на функцию плотности легирования и начальные данные асимптотической устойчивости (по Ляпунову) состояния равновесия для одномерной MEP модели в нелинейной постановке.

2. Доказательство при определенных ограничениях на функцию плотности легирования асимптотической устойчивости (по Ляпунову) в линейном приближении для двумерной МЕР модели

Все результаты диссертации являются новыми.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в диссертации носят теоретический характер. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы при математическом моделировании и численном исследовании задач физики полупроводников.

Апробация работы. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались и обсуждались на Международных конференциях молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Новосибирск, 2002 г., Красноярск, 2003 г.), XLII Международной научной студенческой конференции „Студент и научно-технический прогресс“(Новосибирск, 2004 г.), Международной научной конференции „Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования“ (Воронеж, 2005 г.), на семинаре кафедры дифференцальных уравнений Новосибирского государственного университета „Теоретические и вычислительные проблемы задач математической физики“ (под рук. проф. А. М. Блохина), объединенном семинаре лаборатории вычислительных проблем задач математической физики и лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Института математики СО РАН.

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в 12 работах, список которых приведен в конце автореферата. В совместных публикациях V. Romano является автором МЕР модели, А. М. Блохину принадлежит постановка задач. Результаты, касающиеся построения априорных оценок и доказательства асимптотической устойчивости, принадлежат диссертанту.

Структура и объем работы. Диссертация объемом 118 страниц состоит из введения, трех глав, трех приложений и списка литературы из 69 наименований. В диссертации содержатся 6 рисунков и 6 таблиц.

Содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность темы, приведен обзор литературы, изложены цели и краткое содержание диссертации.

Глава 1 диссертации посвящена исследованию устойчивости состояния равновесия для MEP модели в различных упрощенных случаях.

В первом параграфе приведена формулировка MEP модели в общем случае, проведено ее обезразмеривание. В одномерном случае поставлены две тестовые задачи: о длинном полупроводнике и о баллистическом диоде. Кроме этого, обсуждается вопрос о наличии состояний равновесия и их виде, делаются некоторые предварительные замечания, используемые далее в Главе 1.

В одномерном случае в безразмерном виде рассматриваемая модель записывается следующим образом:

$$\widetilde{\boldsymbol{U}}_\tau + \mathcal{B}\widetilde{\boldsymbol{U}}_x = \boldsymbol{F}(\varphi_x, \widetilde{\boldsymbol{U}}), \tag{1}$$

$$\varepsilon^2 \varphi_{xx} = R - \rho. \tag{2}$$

Здесь

$$\widetilde{\boldsymbol{U}} = \begin{pmatrix} R \\ Ru \\ RE \\ Rq \end{pmatrix},\ \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{10}{9}E^2 & 0 & \frac{20}{9}E & 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ R(\varphi_x + c_{11}u + c_{12}q) \\ R\left(u\varphi_x + c\left(\frac{2}{3}E - 1\right)\right) \\ R(\frac{5}{3}E\varphi_x + c_{21}u + c_{22}q) \end{pmatrix};$$

R — плотность электронов, u — средняя электронная скорость, E — средняя энергия электрона, q — поток энергии, φ – электрический потенциал есть неизвестные функции переменных τ, x; коэффициенты $c_{11}, \ldots, c_{22}$, c являются гладкими функциями E, ε — некоторая постоянная, $\rho(x)$ — плотность легирования, некоторая заданная функция.

Для системы (1), (2) будем рассматривать две тестовые задачи. Первая из них - так называемая *задача о длинном полупроводнике* - описывает поток электронов в однородно легированном полупроводнике.

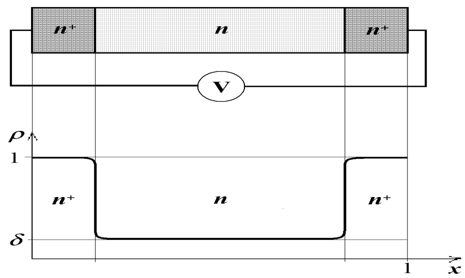

Рис. 1: Схематическое представление n^+-n-n^+ баллистического диода

Система (1), (2) при $\rho(x) \equiv 1$ имеет стационарное решение, описывающее однородный поток электронов в постоянном электрическом поле:

$$\left.\begin{aligned} &R(\tau, x) = \widehat{R} = 1, \\ &u(\tau, x) = \hat{u}, \\ &E(\tau, x) = \widehat{E}, \\ &q(\tau, x) = \hat{q}, \\ &\varphi(\tau, x) = \hat{\varphi} = a + bx, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $\hat{u}$ (> 0), $\widehat{E}$ (> 1), $\hat{q}$, a, b (> 0) – постоянные, b – напряжение смещения, приложенное к полупроводнику. Решение (3) представляет собой состояние равновесия для рассматриваемой задачи.

Для системы (1), (2) также рассматривается широко известная в физике полупроводников тестовая *задача о баллистическом диоде*. Это одномерная задача, описывающая полупроводниковый прибор, состоящий из трех частей. Две области, представленные высоколегированным материалом (n^+-области) разделены зоной низкой концентрации легирования (n-область). Предполагается, что функция $(\rho(x)-1)$ достаточно гладкая и финитная. Типичный профиль функции $\rho(x)$ изображен на Рис. 1.

Прежде, чем поставить смешанную задачу соответствующую, задаче о баллистическом диоде, рассмотрим новый вектор независимых переменных

$$\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} R \\ J \\ P \\ \Theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \widetilde{\boldsymbol{U}}. \tag{4}$$

В новых обозначениях система (1) примет вид

$$\left.\begin{aligned} & R_\tau + J_x = 0, \\ & J_\tau + R_x + P_x = RQ + d_{11}J + d_{12}\Theta, \\ & \frac{3}{2}P_\tau + J_x + \Theta_x = JQ + cP, \\ & \frac{2}{5}\Theta_\tau + (P + \frac{P^2}{R})_x = PQ + d_{21}J + d_{22}\Theta. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Здесь $Q = \varphi_x$, $d_{11} = c_{11} + \frac{5}{2}c_{12}$, $d_{12} = c_{12}$, $d_{21} = \frac{2}{5}c_{21} - c_{11} + \frac{5}{2}d_{22}$, $d_{22} = \frac{2}{5}c_{22} - c_{12}$.

Поставим теперь для системы (5), (2) граничные условия при $x = 0, 1$ $(\tau > 0)$, соответствующие задаче о баллистическом диоде:

$$\left.\begin{aligned} & R(\tau, 0) = R(\tau, 1) = 1, \\ & P(\tau, 0) = P(\tau, 1) = 0, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\varphi(\tau, 0) = a, \quad \varphi(\tau, 1) = a + b, \tag{7}$$

где a, b – некоторые постоянные, причем напряжение смещения $b > 0$. Не нарушая общности, будем полагать далее, что $a = 0$. Кроме того, при $\tau = 0$, $0 < x < 1$ нужно задать начальные условия.

Задача (5), (2), (6), (7) имеет при $b = 0$ стационарное решение (*состояние глобального термодинамического равновесия*):

$$\left.\begin{aligned} & J(\tau, x) = \widehat{J} = 0, \\ & P(\tau, x) = \widehat{P} = 0, \\ & \Theta(\tau, x) = \widehat{\Theta} = 0, \\ & R(\tau, x) = \widehat{R}(x) = e^{\hat{\varphi}(x)}, \\ & \varphi(\tau, x) = \hat{\varphi}(x), \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где $\hat{\varphi}(x)$ удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\varepsilon^2 \hat{\varphi}'' = \widehat{R} - \rho \tag{9}$$

с граничными условиями

$$\hat{\varphi}(0) = \hat{\varphi}(1) = 0. \tag{10}$$

Далее будем обозначать

$$\widehat{\boldsymbol{U}} = \begin{pmatrix} \widehat{R} \\ \widehat{J} \\ \widehat{P} \\ \widehat{\Theta} \end{pmatrix}.$$

Основные результаты первой главы сформулированы в первом параграфе в виде двух теорем.

Теорема 1 *При $\rho(x) \equiv 1$ состояние равновесия* (3) *системы* (1) (2) *в линейном приближении асимптотически устойчиво по Ляпунову.*

Рассмотрим нелинейное упрощение системы (5) вида

$$\left.\begin{aligned} & R_\tau + J_x = 0, \\ & J_\tau + R_x + P_x = RQ + \hat{d}_{11} J + \hat{d}_{12} \Theta, \\ & \frac{2}{3} P_\tau + J_x + \Theta_x = J\hat{\varphi}' + \hat{c} P, \\ & \frac{2}{5} \Theta_\tau + P_x = P\hat{\varphi}' + \hat{d}_{21} J + \hat{d}_{22} \Theta \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

с постоянными коэффициентами $\hat{d}_{11}$, $\hat{d}_{12}$, $\hat{d}_{21}$, $\hat{d}_{22}$, $\hat{c}$. Для упрощенной таким образом задачи о баллистическом диоде доказана

Теорема 2 *Пусть начальные данные $\boldsymbol{U}(0,x) = \boldsymbol{U}_0(x)$ принадлежат $W_2^1(0,1)$ и удовлетворяют условию*

$$||\boldsymbol{U}_0 - \widehat{\boldsymbol{U}}||^2_{\mathrm{W}_2^1(0,1)} < N.$$

Если, кроме того, плотность легирования $\rho(x)$ мало отличается от $\rho(x) \equiv 1,\ 0 \le x \le 1$, то состояние равновесия (8) *смешанной задачи*

(11), (2), (6), (7) *асимптотически устойчиво по Ляпунову, поскольку справедлива оценка*

$$||\boldsymbol{U}(\tau) - \widehat{\boldsymbol{U}}||^2_{\mathrm{W}_2^1(0,1)} \le Me^{-\sigma\tau}||\boldsymbol{U}_0 - \widehat{\boldsymbol{U}}||^2_{\mathrm{W}_2^1(0,1)}.$$

Здесь σ, M, N *— положительные постоянные.*

Доказательству Теорем 1 и 2 посвящены, соответственно, §3 и §4.

Во втором параграфе собраны модельные задачи: для двух упрощенных моделей переноса заряда ставятся смешанные задачи о баллистическом диоде. Первая упрощенная модель получена из MEP модели путем отбрасывания двух последних уравнений. Вторая же модель получается упрощением так называемой газодинамической модели. На примере модельных задач показана техника конструирования априорной оценки, позволяющей доказать асимптотическую устойчивость состояния равновесия.

Основные результаты Главы 1 опубликованы в работах [1–5,9–11].

Глава 2 посвящена исследованию одномерной задачи о баллистическом диоде в нелинейной постановке и содержит главный результат диссертации - построение в нелинейном случае глобальной априорной оценки с экспоненциальным убыванием вида

$$||\boldsymbol{U}(\tau) - \widehat{\boldsymbol{U}}||^2_{\mathrm{W}_2^2(0,1)} \le Me^{-\sigma\tau}||\boldsymbol{U}_0 - \widehat{\boldsymbol{U}}||^2_{\mathrm{W}_2^2(0,1)}, \tag{12}$$

В первом параграфе формулируется вспомогательная задача, которая приводится к виду, удобному для конструирования априорной оценки решения. Основные результаты главы сформулированы здесь в виде следующих теорем:

Теорема 3 *Пусть начальные данные* $\boldsymbol{U}(0,x) = \boldsymbol{U}_0(x)$ *принадлежат* $W_2^2(0,1)$ *и удовлетворяют в точках* $(0,0)$ *и* $(0,1)$ *условиям согласования. Пусть, кроме того, начальные данные удовлетворяют условию*

$$||\boldsymbol{U}_0 - \widehat{\boldsymbol{U}}||^2_{\mathrm{W}_2^2(0,1)} < N \tag{13}$$

с положительной постоянной N*, определяемой при построении априорной оценки* (12)*. Тогда для любого* τ, $0 < \tau \le \tau_1 < \infty$ *(*τ_1 *– произвольное число), существует единственное гладкое решение задачи* (5), (2), (6), (7)*:*

$$
\begin{aligned}
&R,\ J,\ \Theta \in W_2^2(0,1),\\
&P \in W_2^2(0,1) \cap \mathring{W}_2^1(0,1),\\
&\varphi(\tau, x) \in W_2^4(0,1) \cap \mathring{W}_2^1(0,1),
\end{aligned}
$$

такое, что выполняется оценка (12)*.*

Теорема 4 *Если начальные данные задачи* (5), (2), (6), (7) *удовлетворяют условию* (13) *и плотность легирования* $\rho(x)$ *близка к* $\rho(x) \equiv 1$*, то состояние равновесия* (8) *асимптотически устойчиво по Ляпунову.*

Само построение оценки решения подробно описано во втором параграфе. Кроме того, с учетом полученной априорной оценки здесь сформулирована локальная теорема существования для рассматриваемой задачи:

Теорема 5 *Пусть начальные данные* $\boldsymbol{U}(0,x) = \boldsymbol{U}_0(x)$ *принадлежат* $W_2^2(0,1)$ *и удовлетворяют в точках* $(0,0)$ *и* $(0,1)$ *условиям согласования. Тогда найдется число* $\tau_* > 0$ *такое, что в области* $0 < \tau \le \tau_*$*,* $0 < x < 1$ *существует единственное решение* $\boldsymbol{U}(\tau, x)$ *задачи* (5), (2), (6), (7)*, принадлежащее* $C^1([0,\tau_*] \times [0,1])$*. Кроме того,*

$$
\boldsymbol{U}(\tau, x) \in W_2^2(0,1), \quad 0 < \tau \le \tau_*,
$$

в силу априорной оценки (12)*.*

Третий параграф содержит доказательство теорем, сформулированных в первом параграфе.

Основные результаты Главы 2 опубликованы в работах [6, 7, 12].

Предметом исследования Главы 3 является двумерный вариант MEP модели, для которого в линейном приближении доказывается асимптотическая устойчивость состояния равновесия. В первом параграфе приведена постановка задачи - выписана система моментных уравнений для двумерного случая, поставлена смешанная задача.

В безразмерном виде двумерная модель записывается следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
&R_\tau + \mathrm{div}\mathbf{J} = 0,\\
&\mathbf{J}_\tau + \nabla(P+R) = R\mathbf{Q} + d_{11}\mathbf{J} + d_{12}\mathbf{\Theta},\\
&\frac{3}{2}P_\tau + \mathrm{div}(\mathbf{J}+\mathbf{\Theta}) = (\mathbf{J},\mathbf{Q}) + cP,\\
&\frac{2}{5}\mathbf{\Theta}_\tau + \nabla\left(P + \frac{P^2}{R}\right) = P\mathbf{Q} + d_{21}\mathbf{J} + d_{22}\mathbf{\Theta},
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\triangle\varphi = \beta(R-\rho). \tag{15}$$

Здесь неизвестные функции R, $\mathbf{J} = (J^{(x)}, J^{(y)})$, P, $\mathbf{\Theta} = (\Theta^{(x)}, \Theta^{(y)})$, $\mathbf{Q} = \nabla\varphi$, φ переменных τ, x, y имеют тот же физический смысл, что и в одномерной случае.

Поставим для системы (14), (15) тестовую задачу, описывающую кремниевый полевой транзистор со структурой металл-полупроводник (Metal-semiconductor field-effect transistor или MESFET) прямоугольной формы. Схематическое представление рассматриваемого полупроводникового прибора в безразмерных переменных изображено на Рис. 2. Таким образом, будем рассматривать математическую модель (14), (15) в области

$$\Omega = (0,1)\times\left(0,\frac{1}{3}\right).$$

Функция плотности легирования $\rho(x,y)$ имеет вид:

$$\rho(x,y) = \begin{cases} 1, & (x,y)\in\overline{\Omega}_+,\\ \delta, & (x,y)\in\overline{\Omega}\setminus\overline{\Omega}_+. \end{cases} \tag{16}$$

Здесь $\Omega_+ = \left(0,\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{6},1\right)\times\left(\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)$ — зона высокой концентрации легирования, $\delta \le 1$. В дальнейшем, вместо кусочно-постоянной функции $\rho(x,y)$ будем использовать достаточно гладкую аппроксимацию этой функции.

Обозначим за Γ_0 часть границы $\partial\Omega$, представляющую исток (source), затвор (gate) и сток (drain):

$$\Gamma_0 = \left\{(x,y):\quad y=\frac{1}{3},\ 0\le x\le\frac{1}{6},\ \frac{1}{3}\le x\le\frac{2}{3},\ \frac{5}{6}\le x\le 1\right\},$$

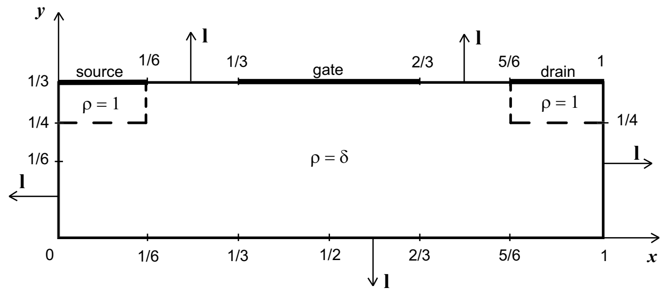

Рис. 2: Схематическое представление двумерного транзистора MESFET

$\Gamma_l = \partial\Omega \setminus \Gamma_0$, $\mathbf{l}$ — единичный вектор внешней нормали.

Запишем теперь граничные условия для системы (14), (15).

$$\left.\begin{aligned} &R = \begin{cases} 1 \ \ \text{на истоке и стоке,} \\ \widetilde{N}_g \ \text{на затворе,} \end{cases} \\ &P = 0 \ \text{на} \ \Gamma_0, \\ &\varphi = \begin{cases} 0 \ \text{на истоке,} \\ \widetilde{G} \ \text{на затворе,} \\ \widetilde{B} \ \text{на стоке,} \end{cases} \\ &(\mathbf{l}, \nabla R) = (\mathbf{l}, \nabla P) = (\mathbf{l}, \nabla \varphi) = 0 \ \ \text{on} \ \Gamma_l. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Здесь $\widetilde{N}_g$, $\widetilde{G}$, $\widetilde{B}$ — некоторые постоянные.

Предположим, что $\widetilde{N}_g = 1$, $\widetilde{G} = \widetilde{B} = 0$. Тогда математическая модель (14), (15), (17) имеет стационарное решение (*состояние глобального термодинамического рановесия*)

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{J}(\tau, x, y) \equiv 0, \\ &\boldsymbol{\Theta}(\tau, x, y) \equiv 0, \\ &P(\tau, x, y) \equiv 0, \\ &R(\tau, x, y) = \widehat{R}(x, y), \\ &\varphi(\tau, x, y) = \hat{\varphi}(x, y). \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Здесь $\widehat{R}$ и $\hat{\varphi}$ — функции, связанные соотношениями

$$\nabla\widehat{R} = \widehat{R}\nabla\hat{\varphi}, \tag{19}$$

$$\triangle\hat{\varphi} = \beta(\widehat{R} - \rho) \tag{20}$$

и удовлетворяющие граничным условиям

$$\left.\begin{aligned} &\widehat{R} = 1,\ \hat{\varphi} = 0 \quad \text{на } \Gamma_0, \\ &\left(\mathbf{l}, \nabla\widehat{R}\right) = (\mathbf{l}, \nabla\hat{\varphi}) = 0 \quad \text{на } \Gamma_l. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Основным результатом Главы 3 является следующая теорема:

Теорема 6 *Пусть* $\widetilde{N}_g = 1$, $\widetilde{G} = \widetilde{B} = 0$. *Тогда, если функция плотности легирования* $\rho(x,y)$ *достаточно близка к* $\rho(x,y) \equiv 1$, *то состояние равновесия* (18) *смешанной задачи* (14), (15), (17) *в линейном приближении асимптотически устойчиво по Ляпунову, поскольку*

$$R(\tau,x,y) \to \widehat{R},\ \varphi(\tau,x,y) \to \hat{\varphi},\ P(\tau,x,y) \to 0 \quad \textit{в } W_2^1(\Omega) \textit{ при } \tau \to \infty,$$
$$\mathbf{J}(\tau,x,y),\ \mathbf{\Theta}(\tau,x,y) \to 0 \quad \textit{в } L_2(\Omega) \textit{ при } \tau \to \infty,$$

Во втором параграфе производится линеаризация системы (14), (15) и граничных условий (17) относительно состояния равновесия (18); делаются предварительные замечания и формулируется вспомогательная задача, необходимые для получения априорной оценки. В третьем параграфе с помощью построения глобальной априорной оценки решения доказывается теорема 6.

Результаты Главы 3 опубликованы в работе [8].

Приложение А содержит явные выражения для коэффициентов c, c_{11}, ..., c_{22}, стоящих в правой части системы моментных уравнений. В Приложениях Б и В обсуждается положительная определенность агрегатов, возникающих при построении априорных оценок в Главах 2 и 3.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н., профессору А. М. Блохину за постановку задачи, постоянное внимание и помощь в работе.

Список литературы

[1] А. М. Блохин, Р. С. Бушманов, *Глобальная разрешимость задачи о баллистическом диоде для некоторых упрощенных моделей переноса заряда в полупроводниках*, Вестник НГУ, серия "Математика, механика, информатика", том IV, 2004 г., выпуск 3/4, с. 3-16

[2] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, V. Romano, *Electron flow stability in bulk silicon in the limit of small electric field*, Proceedings WASCOM 2001, World Scientific (2002), pp. 55-60

[3] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, V. Romano, *Asymptotic stability of the solutions of the hydrodynamical model of semiconductors based on the maximum entropy principle: the case of bulk silicon*, Applied and Industrial Mathematics in Italy, edited by M. Primicerio, R. Spigler and V. Valente, World Scientific, 2005, pp. 155-166

[4] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, V. Romano *Asymptotic stability of the equilibrium state for the macroscopic balance equations of charge transport in semiconductors*, Comp. Technologies, Vol. 8/3 (2003), pp. 7-22

[5] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, V. Romano, *Asymptotic stability of the equilibrium state for the hydrodynamical model of charge transport in semiconductors based on the maximum entropy principle*, Int. J. Engineering Science., 42(8-9) (2004) pp. 915–934

[6] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, V. Romano, *Global existence for the system of the macroscopic balance equations of charge transport in semiconductors*, J. Math. Anal. Appl. 305 (2005), pp. 72-90

[7] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, V. Romano, *Nonlinear asymptotic stability of the equilibrium state for the MEP model of charge transport in semiconductors*, Nonlinear Analysis, 65 (2006), pp. 2169-2191

[8] A. M. Blokhin, R. S. Bushmanov, A. S. Rudometova, and V. Romano, *Linear asymptotic stability of the equilibrium state for the 2-D MEP*

hydrodynamical model of charge transport in semiconductors, Nonlinear Analysis, 65 (2006), pp. 1018-1038

[9] А. М. Блохин, Р. С. Бушманов, *Асимптотическая устойчивость состояния равновесия одной гидродинамической модели переноса заряда в полупроводниках*, Международная конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Программа и тезисы докладов, Новосибирск, 2002 с. 18

[10] А. М. Блохин, Р. С. Бушманов, *Асимптотическая устойчивость состояния равновесия для системы моментных уравнений переноса заряда в полупроводниках*, IV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Программа и тезисы докладов, Красноярск, 2003, с. 15

[11] Р. С. Бушманов, *Асимптотическая устойчивость состояния равновесия для MEP-модели переноса заряда в полупроводниках*, Материалы XLII Международной Научной Студенческой Конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика / Новосиб. гос. университет. Новосибирск, 2004, с. 38

[12] А. М. Блохин, Р. С. Бушманов, *Исследование асимптотической устойчивости состояния равновесия для MEP модели переноса заряда в полупроводниках*, Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования: Материалы конференции. - Воронеж: Воронежская государственная академия, 2005, с. 32